This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.
इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है ।

Roll No.
अनुक्रमांक

Code No. 59/OSS/2
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) _____

Signature of Invigilators **1.** _____
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. _____

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **59/OSS/2, Set–A** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :

English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.

You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें ।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं ।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा ।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **59/OSS/2, सेट-A** लिखें ।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है । फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :

अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी ।

कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी ।

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।

SECTION – A

खण्ड – अ

1 If $A = [1 \quad 2 \quad 3]$, then the order of the matrix $A'A$ is equal to

यदि $A = [1 \quad 2 \quad 3]$ है, तो आव्यूह $A'A$ की कोटि होगी

(A) 1×3 (B) 3×3

(C) 3×1 (D) 1×1

2 Let '$*$' be a binary operation on the set $\mathbb{Q}$ defined by $a * b = a + b - ab$ for all values of $a, b \in \mathbb{Q}$. Then identity element of $\mathbb{Q}$ is

माना समुच्चय $\mathbb{Q}$ पर एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित की जाती है, सभी $a, b \in \mathbb{Q}$ के लिए $a * b = a + b - ab$ । तब $\mathbb{Q}$ का तत्समक अवयव होगा –

(A) -1 (B) 1

(C) 2 (D) 0

3 The principal value of $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is equal to

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान होगा

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) 0

4 If $y = xe^{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

यदि $y = xe^{\sin x}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ होगा

(A) $e^{\cos x}(x \sin x + 1)$ (B) $e^{\sin x}(x \cos x + 1)$

(C) $-e^{\sin x}(x \cos x + 1)$ (D) $-e^{\cos x}(x \sin x + 1)$

5 The values of x for which $f(x) = |x^2 - 1|$ is not differentiable, are

जिन x के मानों के लिए फलन $f(x) = |x^2 - 1|$ अवकलनीय नहीं है, वह हैं :

(A) –1, 1 (B) 1, 0

(C) –1, 0 (D) 2, 1

6 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x(x \cos x)}{x \cos x}$ is equal to

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x(x \cos x)}{x \cos x}$ के बराबर है

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) 1 (D) 2

7 Maximum value of $\sin x \cos x$ is

$\sin x \cos x$ का अधिकतम मान है

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

8 If $\int\left[e^x \frac{x}{(1+x)^2}\right]dx = ke^x + c$, then k is equal to

यदि $\int\left[e^x \frac{x}{(1+x)^2}\right]dx = ke^x + c$ है, तो k बराबर है

(A) $1+x$ (B) $\frac{1}{1+x}$

(C) $-\frac{1}{1+x}$ (D) $-(1+x)$

9 The <u>negation</u> of the statement "all triangle have three vertices" is

(A) it is not the case that all triangle have three vertices

(B) all triangle have four vertices

(C) all triangle have more than four vertices

(D) all triangle have two vertices

कथन ''सभी त्रिभुजों के तीन शीर्ष होते हैं'' का निषेधन होगा :

(A) यह वस्तु स्थिति नहीं है कि सभी त्रिभुजों के तीन शीर्ष होते हैं ।

(B) सभी त्रिभुजों के चार शीर्ष होते हैं ।

(C) सभी त्रिभुजों के चार से अधिक शीर्ष होते हैं ।

(D) सभी त्रिभुजों के दो शीर्ष होते हैं ।

10 Possible equation of a plane whose normal makes angle 60°, 60° and 60° with three axes is

एक समतल जिसका अभिलम्ब तीनों अक्षों से क्रमशः 60°, 60° तथा 60° के कोण बनाता है, का सम्भावित समीकरण होगा

(A) $2x+y-z=6$ (B) $x-2y+z=6$

(C) $x+y+z=6$ (D) $2x+y+z=0$

SECTION – B

खण्ड – ब

11 If $A+B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ and $B-A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 3 & 3\end{bmatrix}$, then find A and B.

यदि $A+B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B-A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 3 & 3\end{bmatrix}$ हो, तो आव्यूह A और B ज्ञात कीजिए ।

12 Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=e^{x^2\tan x}$.

यदि $y=e^{x^2\tan x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If $y=\sin^{-1}x+\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}, -1<x<1$, then prove that $\frac{dy}{dx}=0$.

यदि $y=\sin^{-1}x+\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}, -1<x<1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx}=0$ है ।

13 Prove that $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$.

सिद्ध कीजिए कि $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$

14 Evaluate $\lim_{x \to 0} \frac{e^{\sin x} - e^{x}}{x}$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\sin x} - e^{x}}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

15 Write the contrapositive of the following statements :

(a) If a number is even then it is divisible by 2.

(b) If a number is odd then it is divisible 3.

निम्न कथनों के प्रतिधनात्मक लिखिए :

(a) यदि एक संख्या सम संख्या है, तो वह 2 से विभाजित होगी ।

(b) यदि एक संख्या विषम संख्या है, तो वह 3 से विभाजित होगी ।

16 Find the area of a parallelogram whose diagonals are $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $2\hat{i} - 3\hat{k}$.

एक चतुर्भुज, जिसके विकर्ण $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $2\hat{i} - 3\hat{k}$ हैं, का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

SECTION – C

खण्ड – स

17 If $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}x & 1\\ y & -1\end{bmatrix}$ and $(A+B)^2 = A^2+B^2$, then find the values of x and y.

यदि $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}x & 1\\ y & -1\end{bmatrix}$ तथा $(A+B)^2 = A^2+B^2$ हैं, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए ।

18 Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$.

सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

19 Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\tan x\right) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1+2\cos 2x}{2+\cos 2x}$

सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\tan x\right) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1+2\cos 2x}{2+\cos 2x}$

20 Find $\frac{dy}{dx}$ when $x = \operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{1+t^2}{2t}\right)$, $y = \tan^{-1}\left(\frac{3t-t^3}{1-3t^2}\right)$.

यदि $x = \operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{1+t^2}{2t}\right)$, $y = \tan^{-1}\left(\frac{3t-t^3}{1-3t^2}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If $y = \left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^m$, prove that $\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2 y = 0$

यदि $y = \left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^m$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2 y = 0$

21 Evaluate $\int\left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2}\right]dx$

$\int\left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2}\right]dx$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Evaluate $\int\left[\frac{1}{1-\cos\alpha\cos x}\right]dx$

$\int\left[\frac{1}{1-\cos\alpha\cos x}\right]dx$ ज्ञात कीजिए ।

22 Evaluate $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\theta}{1+\sin\theta} d\theta$

$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\theta}{1+\sin\theta} d\theta$ का मान ज्ञात कीजिए ।

23 Solve the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3e^{2x} + 4e^{4x}}{e^x + e^{-x}}$$

24 Find k if $y + kx = 5$ is a tangent to the curve $y^2 = 4x$.

यदि $y + kx = 5$ वक्र $y^2 = 4x$ पर एक स्पर्श रेखा हो, तो k ज्ञात कीजिए ।

25 Using vector method prove that the medians of a triangle are concurrent.

सदिशों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएँ संगामी होती हैं ।

26 If $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, find a vector $\vec{r}$ satisfying relations $\vec{a} \cdot \vec{r} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{r} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{r} = 5$.

यदि $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ है, तो एक सदिश $\vec{r}$ ज्ञात कीजिए, जिसके लिए

$\vec{a} \cdot \vec{r} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{r} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{r} = 5$

27 Let R be a relation defined on the set $\mathbb{Z}$ of all integers as $R = \{(x, y) : x - y$ is an integer$\}$. Show that R is an equivalence relation.

माना सम्बन्ध R, समुच्चय $\mathbb{Z}$ पर $R = \{(x, y) : x - y$ एक पूर्णांक है$\}$ द्वारा परिभाषित है। तो दर्शाइए कि R एक समतुल्य सम्बन्ध है ।

28 Examine the continuity of the following function at $x = 0$ and $x = 2$.

निम्न फलन की सांतत्य की $x = 0$ व $x = 2$ पर जांच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

SECTION – D

खण्ड – द

29 Find adjoint of a matrix $A=\begin{bmatrix}4 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}$ and show that $A(Adj.\,A)=|A|\,I$.

आव्यूह $A=\begin{bmatrix}4 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}$ का सहखण्डज ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि $A(Adj.\,A)=|A|\,I$.

OR / अथवा

Solve the following system of equations, using matrix inversion method :

निम्न समीकरण निकाय का हल, आव्यूह व्युत्क्रमण विधि से ज्ञात कीजिए :

$2x+3y+4z=1$

$x-y+2z=-2$

$3x+y-z=5$

30 If the sum of the squares of the hypotenuse and of a side of a right-angled triangle is given, show that the area of the triangle is maximum when the angle between them is $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$.

यदि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग व एक भुजा के वर्ग का योगफल दिया गया हो, तो दर्शाइए कि इस त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा यदि कर्ण व भुजा के बीच का कोण $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ है।

31 Find the area of a triangle which is formed by the lines $y=x+1$, $y=4x+5$ and $y=7-x$.

रेखाओं $y=x+1$, $y=4x+5$ तथा $y=7-x$ से घिरे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

32 Find the foot of the perpendicular drawn from the point (1, 1, 2) to the plane $\vec{r}\cdot(\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k})=5$. Also, calculate the perpendicular distance.

बिन्दु (1, 1, 2) से समतल $\vec{r}\cdot(\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k})=5$ पर खींचे गये लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । तथा लम्ब–दूरी भी ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Show that two lines $\frac{x+3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$ and $\frac{x-3}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-6}{2}$ are intersecting lines. Also, calculate the point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$ और $\frac{x-3}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-6}{2}$ प्रतिच्छेदित रेखाएँ हैं । इन रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए ।

33 In a small scale industry a manufacturer produces two types of book cases. The first type of book case requires 3 hours on machine A and 2 hours on machine B for completion, whereas the second type of book case requires 3 hours on machine A and 3 hours on machine B. The machine A can run at the most for 18 hours while the machine B for at the most 14 hours a day. He earns a profit of ₹ 30 on each book case of the first type and ₹ 40 on each book case of the second type.

How many book cases of each type should he make each day so as he have a maximum profit ?

एक लघु उद्योग में एक निर्माता दो प्रकार की पुस्तक अलमारी बनाता है । पहले प्रकार की पुस्तक अलमारी को पूर्ण बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक होते हैं । दूसरे प्रकार की पुस्तक अलमारी के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 3 घंटे आवश्यक होते हैं । प्रतिदिन मशीन A अधिकतम 18 घंटे तथा मशीन B अधिकतम 14 घंटे चल सकती है । पहले प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर वह ₹ 30 लाभ तथा दूसरे प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर ₹ 40 लाभ कमाता है । प्रत्येक दिन वह प्रत्येक प्रकार की कितनी पुस्तक अलमारी बनाए जिससे उसे अधिकतम लाभ प्राप्त हो ?

Roll No.
अनुक्रमांक